

Total number of printed pages – 12

63 (FY)SEM-1/MIN/MATMIN1014

2025

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MATMIN1014

(Foundation of Mathematics)

Full Marks : 70

Pass Marks : 28

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

1. Choose the correct answer : $1 \times 10 = 10$

শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা :

(i) Let $f(x) = x^4 + 5x^2 + 7x - 3$. Then the number of positive roots of $f(x) = 0$ is—

ধৰা হ'ল $f(x) = x^4 + 5x^2 + 7x - 3$, তেতিয়া হ'লে $f(x) = 0$ সমীকৰণটোৰ ধনাত্মক মূলৰ সংখ্যা হ'ল—

- (a) 1
 (b) 2
 (c) 3
 (d) 0

(ii) If α , β and γ are the roots of the cubic equation

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0,$$

then $\sum \alpha + \alpha\beta\gamma =$

যদি α , β আৰু γ

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

সমীকৰণটোৰ মূল হয়,

তেনে হ'লে $\sum \alpha + \alpha\beta\gamma =$

- (a) $-\frac{b}{a}$
 (b) $\frac{c}{a}$
 (c) $-\frac{d}{a}$
 (d) $\frac{a}{b}$

(iii) If $z = 2 + 3i$ be a complex number,
 যদি $z = 2 + 3i$ এটা জটিল সংখ্যা হয়,
 then (তেনে হ'লে) $|z|^2 =$

- (a) $\sqrt{5}$
 (b) 5
 (c) 13
 (d) $\sqrt{13}$

(iv) If $\sqrt{-1} = i$ and n is any positive integer
 then $i^{4n+3} =$

যদি $\sqrt{-1} = i$ আৰু n এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়,
 তেনে হ'লে $i^{4n+3} =$

- (a) i
 (b) 1
 (c) $-i$
 (d) -1

(v) If A be any square matrix of order n
 then

যদি A এটা বৰ্গ মৌলিকমাত্ৰ আৰু ইয়াৰ ক্ৰম হ'ল n
 তেতিয়া হ'লে

$$(Adj A) A = A (adj A) =$$

- (a) $|A|$
 (b) $|A| I_n$

(c) I_n

(d) $|A|^n$

(vi) e^{ix} is equal to

e^{ix} মান হল

(a) -1

(b) 1

(c) 0

(d) i

(vii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{2^{n-1}} \right)$ is equal to

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{2^{n-1}} \right)$ ৰ মান হ'ল

(a) 1

(b) 0

(c) 2

(d) -1

(viii) If A and B be two n -rowed non-singular matrix, then

$$(AB)^{-1} =$$

যদি A আৰু B দুটা n -শাৰীযুক্ত অক্ষীয়মান মৌলকক্ষ তেতিয়া হ'লে $(AB)^{-1} =$

(a) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

(b) $AB = BA$

(c) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

(d) $AB = \frac{1}{BA}$

(ix) The cubic equation whose roots are 2, 3, and -5 is

2, 3, আৰু -5 কোনো ঘন সমীকৰণৰ মূল হলে সমীকৰণটো হ'ব

(a) $x^3 + 3x^2 + 4x + 2 = 0$

(b) $x^3 + 19x - 30 = 0$

(c) $x^3 - 19x - 30 = 0$

(d) $x^3 - 19x + 30 = 0$

(x) If (যদি) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$,
then (তেতিয়া হ'লে) $A^{-1} =$

(a) $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

2. Answer the following questions : **(any five)**
 $2 \times 5 = 10$

তলৰ যিকোনো পাঁচটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Show that (দেখুওৱা যে)–

$$1 + \omega + \omega^2 = 0$$

(b) Show that (দেখুওৱা যে)–

$$\frac{1 - ix}{1 + ix} = a - ib \text{ if } a^2 + b^2 = 1$$

(c) Prove that (প্ৰমাণ কৰা যে) :

$$\cos 3\theta + i \sin 3\theta (\cos 2\theta - i \sin 2\theta) = \cos \theta + i \sin \theta$$

(d) For any two non-singular square matrix of same order prove that—

দুটা একে ঘূৰণীয়া অক্ষীয়মান মৌলকক্ষৰ ক্ষেত্ৰৰ প্ৰমাণ কৰা—

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

(e) If the non-singular matrix A is symmetric, then prove that A^{-1} is also symmetric.

যদি এটা অক্ষীয়মান মৌলকক্ষ A সমমিত হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে A^{-1} ও সমমিত হয়।

(f) If (যদি) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$,

find (উলিওৱা) $2A - 3A$.

(g) If α, β and γ are the roots of the equation $x^3 + px + q = 0$

find the value of $\sum \frac{1}{\alpha + \beta}$.

যদি α, β আৰু γ , $x^3 + px + q = 0$ সমীকৰণটোৰ

মূল হয় তেতিয়া হ'লে $\sum \frac{1}{\alpha + \beta}$ -ৰ মান উলিওৱা।

3. Answer the following questions : (any six)
5×6=30

তলৰ প্ৰশ্নবিলাকৰ উত্তৰ দিয়া : (যিকোনো ছয়টা)

(i) Prove that (প্ৰমাণ কৰা যে)

$$(1-i)^n + (1+i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$$

(ii) Find the value of (মান উলিওৱা) :

$$(1-i) \frac{1}{3}$$

(iii) Prove that (প্ৰমাণ কৰা যে)-

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \infty$$

(iv) Express $\sin(A+iB)$ in the form of $x+iy$.

$\sin(A+iB)$ ৰ $x+iy$ আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(v) Prove that every square matrix can be uniquely expressed as the sum of a symmetric and a skew-symmetric matrix.

প্ৰমাণ কৰা যে প্ৰত্যেক বৰ্গ মৌলকক্ষক অদ্বিতীয়ভাৱে এটা সমমিত আৰু এটা বিষম-সমমিত মৌলকক্ষক যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

(vi) Find the rank of the matrix A if-

A মৌলকক্ষকটোৰ কোটি নিৰ্ণয় কৰা যদি-

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

(vii) For the matrix (মৌলকক্ষকটোৰ বাবে)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix},$$

verify that (দেখুওৱা যে)

$$A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)A = |A| I_2$$

(viii) If α, β and γ are the roots of the equation $x^3 - px^2 + qx - r = 0$, show that

$$(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha) = pq - r$$

যদি α, β আৰু γ , $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকৰণটোৰ মূল হ'লে দেখুওৱা যে

$$(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha) = pq - r$$

(ix) Solve the equation

$2x^3 + x^2 - 7x - 6 = 0$, given that the difference of two of its roots is 3.

$2x^3 + x^2 - 7x - 6 = 0$ সমীকৰণটোৰ দুটা মূলৰ মাজৰ পাৰ্থক্য 3 হ'লে, মূল তিনিটা উলিওৱা।

4. Answer **any two** the following questions :
10×2=20

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া : (যিকোনো দুটা)

(a) (i) Solve by Cardan's method : 5
কাৰ্ডানৰ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা :

$$x^3 - 3x + 1 = 0$$

(ii) If α, β and γ are the roots of the cubic equation $x^3 + qx - r = 0$ then evaluate $\sum(\beta + \gamma - \alpha)^3$. 5

$x^3 + qx - r = 0$ সমীকৰণৰ α, β আৰু γ মূল হ'লে $\sum(\beta + \gamma - \alpha)^3$ ৰ মান উলিওৱা।

(b) (i) Show that the following matrix is non-singular and find its inverse : 5

তলৰ মৌলিককক্ষটো অক্ষীয়মান বুলি দেখুওৱা আৰু
প্ৰতিলোম উলিওৱা :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(ii) If

$$P(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, x \in R$$

prove that—

প্ৰমাণ কৰা যে—

$$P(\alpha)P(\beta) = P(\alpha + \beta) \quad 5$$

(c) (i) Solve by matrix method :

মৌলিককক্ষ পদ্ধতিৰ সহায়ত সমাধান কৰা :

$$x + y + z = 3$$

$$2x + 3y - 4z = 1$$

$$3x + 5y - 8z = 0 \quad 5$$