

Total number of printed pages = 11

63/1 (SEM-5) DSE1A/PHYRE 5016

2024

PHYSICS

Paper : PHYRE 5016

(Mathematical Physics)

Full Marks : 60

Pass Marks : 24

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

1. Choose the correct options from the following: **(any five)** 1×5=5

নিম্নোক্ত প্রশ্নসমূহৰ শুদ্ধ বিকল্প নিৰ্ণয় কৰা : (যিকোনো পাঁচটা)

- a. The order of the differential equation is -

আদকলেজীয় সমীকৰণটোৰ মাত্ৰা হ'ল

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)^3 + \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \text{ is}$$

- (i) 0

(ii) 1

(iii) 2

(iv) 3

b. The Fourier series is useful to represent a-

ফৰিয়াৰ শৃংখল ব্যৱহৃত হয়— প্ৰতিনিধিত্ব ৰ বাবে—

(i) Non-periodic function

অ-পৰ্যাবৃত্ত ফলন

(ii) Periodic function

পৰ্যাবৃত্ত ফলন

(iii) Discontinuous function

বিচিন্ন ফলন

(iv) Non-Analytic function

অ-বিশ্লেষণাত্মক ফলন

(c) Which of the following functions is an even function of t ?

তলৰ কোনটো ফলন t -ৰ এটা যুগ্ম ফলন।

(i) t^2

(ii) t^2-4t

(iii) $\sin 2t$

(iv) t^3+6

(d) The general form of linear differential equation of second order

দ্বি মাসিক অবকলেজীয় বৈখিক সমীকৰণৰ সাধাৰণ ফৰ্ম হ'ল

(i) $[D^2+P(x)D+Q(x)]y=0$

(ii) $[D^2-P(x)+Q(x)]y=R(x)$

(iii) $[D^2+P(k)+Q(3)]y=R(x)$

(iv) $[D^2-P(K,9)+Q(K,3)]y=0$

(e) A differential equation is considered to be ordinary if it has

এটা অবকলেজীয় সমীকৰণক সাধাৰণ বুলি ধৰা হয় যদিহে ইয়াৰ আছে

(i) One dependent variable

এটা নিৰ্ভৰশীল চলক

(ii) More than one dependent variable

এটাতকৈ অধিক নিৰ্ভৰশীল চলক

(iii) One independent variable.

এটা স্বতন্ত্ৰ চলক

(iv) More main one independent variable.

এটাতকৈ বেচি স্বতন্ত্র চলক

(f) Which of the following is not a definition of Gamma function?

তলত কোনটো শাখা ফলনৰ সংজ্ঞা নহয়

(i) $\Gamma(n) = n!$

(ii) $\Gamma(n) = \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx$

(iii) $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$

(iv) $\Gamma(n) = \int_0^1 \left(\log \frac{1}{y} \right)^{n-1} dy$

(g) The value of $\Gamma(0)$ is-

$\Gamma(0)$ ৰ মান হ'ল -

(i) 0

(ii) 1

(iii) \neq

(iv) $\sqrt{\pi}$

(h) A complex number $Z=x+iy$ is said to be purely imaginary if.

যদি $Z=x+iy$ কেবলমাত্ৰ কাল্পনিক অংশৰে গঠিত হয় তেন্তে Z কেবলমাত্ৰ কাল্পনিক সংখ্যা বুলি কোৱা হয়।

(i) $x=0$

(ii) $y=0$

(iii) $z=0$

(iv) $i=0$

(i) $F(z) = \frac{1}{z}$ is singular at the point

$F(z) = \frac{1}{z}$ ক $z=0$ ত সঙ্গত বিন্দু আছে।

(i) 1

(ii) 3

(iii) 5

(iv) 0

(j) The value of integral $\int_0^1 x[J_1(x)]^2 dx$ is

$\int_0^1 x[J_1(x)]^2 dx$ অনুকলনটোৰ মান হ'ল -

(i) $[J_2(1)]^2$

(ii) 0

(iii) $\frac{1}{2}[J_2(1)]^2$

(iv) $[J_1(1)]^2$

2. Answer any five of the following questions:
2×5=10

তলৰ প্ৰশ্ন সমূহৰ যিকোনো পাঁচটাৰ উত্তৰ দিয়া

(a) Define exact and inexact differential equations.

যথাযথ আৰু অযথাযথ অবকলেজীয় সমীকৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(b) Find the modulus and principal arguments of the complex number

তলৰ জটিল সংখ্যাটোৰ পৰস্পৰ মান আৰু মূল কোণাক্ষৰ নিৰ্ণয় কৰা।

$$\frac{3+2i}{3-(1-i)^2}$$

(c) Write the Dirichlet's conditions to expand a function $f(x)$ in terms of Fourier series.

$f(x)$ ফলন এটা ফুৰিয়াৰ স্বংখালত সম্প্ৰসাৰণ কৰিবৰ বাবে ডিৰিচলোৱা চৰ্ত কেইটা লিখা।

(d) Check whether Frobenius method can be applied or not to the following equation.

তলৰ সমীকৰণটোৰ ফ্ৰবেনিয়াচৰ পদ্ধতি প্ৰযোজ্য হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰা।

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{5y}{x^3} = 0.$$

(e) Write two properties of Beta(β) function.

বিটা (β) ফলনৰ দুটা ধৰ্ম লিখা।

(f) State and prove De Moivre's theorem.

ডি-মইভাৰ তত্ত্বটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

(g) Write two rules to solve an inexact differential equation.

অযথাযথ অবকলেজীয় সমীকৰণ এটা সমাধান কৰাৰ দুটা নিয়ম লিখা।

3. Answer **any five** of the following questions :
5×5=25

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যিকোনো পাঁচটাৰ উত্তৰ কৰা।

- (a) Solve the following differential equation.

তলৰ অবকলেজীয়া সমীকৰণটো সমাধান কৰা

$$(2x \log x - xy)dy + 2ydx = 0$$

- (b) Plot the function $f(x)$ and find the Fourier series expansion for a function.

$f(x)$ খলবৰ লেখা অঙ্কন কৰা আৰু ফুৰিয়াৰ শৃংখল সম্প্ৰসাৰণ কৰা।

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{for } -\pi < x < -\pi/2 \\ 0 & \text{for } -\pi/2 < x < \pi/2 \\ +1 & \text{for } \pi/2 < x < \pi \end{cases}$$

- (c) Prove that, প্ৰমাণ কৰা যে—

$$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n) = n!$$

- (d) Solve the following equation by the method of separation variables.

চলদ পৃথকিকৰণ পদ্ধতিৰে তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2 \frac{\partial u}{\partial t} + u.$$

- (e) Define Roots. of Complex number. Discuss the steps to find the roots of a complex number.

জটিল সংখ্যাৰ ৰুটৰ সংজ্ঞা দিয়া। এটাৰ জটিল সংখ্যাৰ ৰুট উলিওৱাৰ পদক্ষেপ সমূহ আলোচনা কৰা।

- (f) Check the analyticity of the following function.

তলৰ ফলনটো বিশ্লেষণাত্মক হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰা।

$$f(z) = \log_e z.$$

- (g) Find the Generating function of Bessel's function.

বেচেলৰ ফলনৰ জেনেৰেটিং ফলন উলিওৱা।

- (h) Express $J_6(x)$ in terms of $J_0(x)$ and $J_1(x)$ using Bessel's recurrence. 5

বেচেলৰ পুনঃপৌনিক সম্বন্ধ ব্যবহাৰ কৰি $J_6(x)$ ক $J_0(x)$ আৰু $J_1(x)$ ৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰা

- (i) Show that (প্ৰমাণ কৰা যে)

$$P_l(-x) = (-1)^l P_l(x)$$

4. Answer *any two* of the following questions:
10×2=20

তলৰ যিকোনো দুটাৰ উত্তৰ কৰা :

- (a) (i) Prove the Cauchy's integral formula. 6

কচিৰ অনুকলন ফৰ্মুলাটো প্ৰমাণ কৰা

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{z - z_0} dz$$

- (ii) Evaluate, নিৰূপন কৰা, 4

$$\oint_C \frac{\cos z}{z} dz, \text{ where } C \text{ is an ellipse}$$

$$\text{given by } 9x^2 + 4y^2 = 1$$

য'ত C এটা $9x^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্ত

- (b) Write the Legendre's differential equation. Show that the Legendre's differential equation can be solved by Frobenius method and also find its solution. 1+2+7=10

লিজেণ্ড্ৰৰ অবকলেজীয় সমীকৰণটো লিখা। দেখুওৱা যে লিজেণ্ড্ৰৰ অবকলেজীয় সমীকৰণটো জ্ববেনিয়াজে পদ্ধতিৰ সহায়ত সমাধান কৰিব পাৰি আৰু ইয়াৰ সমাধান উলিওৱা।

- (c) Find the general solution of Laplace's equation in 2 D cylindrical co-ordinate system.

দ্বিমাত্রিক চূণাকৃতি স্থানাংক পদ্ধতিত লাপ্লাচৰ সমীকৰণৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা।

- (d) Evaluate the integrals by using the property of Γ function. 5+5=10

Γ ফলনৰ ধৰ্ম ব্যৱহাৰ কৰি অনুফলন সমূহৰ মান উলিওৱা,

(i) $\int_0^{\infty} x^t t^{7/2} dt$

(ii) $\int_0^{\infty} e^{-4x} x^{5/2} dx$