

63/1 (SEM-5) DSE1A/MATRE5016

2 0 2 2

(Held in 2023)

MATHEMATICS

Paper : MATRE5016

(Mechanics)

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. Answer the following questions : 1×6=6

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) What is the whole effect of a couple acting on a body?

এটা পিণ্ডৰ ওপৰত ক্ৰিয়াশীল বলযুগ্ম এটাৰ সমুদায় প্ৰতিক্ৰিয়া কি ?

(b) What is the amplitude of a simple harmonic motion?

এটা সৰল সমঞ্জস গতিৰ বিস্তাৰ কি ?

- (c) What is the position of centre of gravity of a uniform rod?

এটা সুষম দণ্ডৰ ভাৰকেন্দ্ৰৰ অৱস্থান কি ?

- (d) If u be the velocity of projection and α be the angle of projection of a particle, then write down the expression for the greatest height.

এটা বস্তুকণাৰ প্ৰক্ষেপ বেগ u আৰু প্ৰক্ষেপ কোণ α হ'লে ইয়াৰ অধিকতম উচ্চতাৰ প্ৰকাশবাণী লিখা।

- (e) What is dynamical friction?

গতিশীল ঘৰ্ষণ কি ?

- (f) State the principle of conservation of linear momentum.

বৈখিক ভৰবেগৰ সংৰক্ষণশীলতাৰ তত্ত্বটো লিখা।

2. Answer the following questions :

$2 \times 5 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

- (a) Write down the radial and cross-radial components of velocities of a particle moving on a plane curve at any point (r, θ) on it.

এডাল সামতলিক বক্ৰৰে গতি কৰা বস্তুকণা এটাৰ (r, θ) অৱস্থানত অৰীয় (radial) আৰু তিৰ্যক-অৰীয় (cross-radial) বেগসমূহ লিখা।

- (b) Define coefficient of friction and angle of friction.

ঘৰ্ষণ গুণাংক আৰু ঘৰ্ষণ কোণৰ সংজ্ঞা লিখা।

- (c) Two men have to carry a stone of weight 77 kg on a light plank. If the stone be placed on the plank at a point dividing it in the ratio 3 : 4, then find the weights which each of the two men have to bear.

দুজন মানুহে এটুকুৰা 77 kg ওজনৰ শিল এখন পাতল তক্তাৰ ওপৰতলৈ কঢ়িয়াব লাগে। শিল টুকুৰা, তক্তাখনৰ 3 : 4 অনুপাতৰ বিভক্ত কৰা বিন্দুত ৰাখিলে, প্ৰতিজন মানুহে বহন কৰিবলগীয়া ওজন নিৰ্ণয় কৰা।

- (d) A particle moves in a straight line according to the law

$$v^2 = 6a(x \sin x + \cos x)$$

where x is its distance from a fixed point on the line. Find its acceleration.

এটা বস্তুকণাই $v^2 = 6a(x \sin x + \cos x)$ নিয়মানুসৰি সৰলৰেখাত গতি কৰে, য'ত x ৰেখাডালৰ ওপৰত থকা এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুৰ পৰা ইয়াৰ দূৰত্ব। ইয়াৰ ত্বৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(4)

- (e) A body is projected at such an angle that the horizontal range is four times that greatest height. Find the angle of projection.

এটা পিণ্ড এনেকুৱা এটা কোণত প্ৰক্ষেপ কৰা হ'ল যাতে ইয়াৰ আনুভূমিক পৰিসৰ সৰ্বোচ্চ উচ্চতাৰ চাৰিগুণ হয়। ইয়াৰ প্ৰক্ষেপ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer any six of the following questions :

$$5 \times 6 = 30$$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ যি কোনো ছটাৰ উত্তৰ কৰা :

- (a) State and prove the necessary and sufficient conditions for the equilibrium of a system of coplanar forces acting on a rigid body.

এটা দৃঢ় পিণ্ডৰ ওপৰত ক্ৰিয়াশীল এটা সামতলিক বল প্ৰণালীৰ সাম্যাৱস্থাৰ প্ৰয়োজনীয় আৰু পৰ্যাপ্ত চৰ্তসমূহ লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

- (b) A uniform beam of length $2a$ rests in equilibrium against a smooth vertical wall and over a smooth peg at a distance h from the wall. If θ be the inclination of the beam to the vertical wall, then show that $\sin^3 \theta = h/a$.

(5)

$2a$ দৈৰ্ঘ্যৰ সুস্থম দণ্ড এডালৰ এটা মূৰ মসৃণ উলম্ব দেৱাল এখনৰ গাত লাগি আছে আৰু দণ্ডডাল এটা মসৃণ খুঁটিৰ মূৰত আঁউজি আছে। খুঁটি আৰু উলম্ব দেৱালখনৰ দূৰত্ব h আৰু দণ্ডডালে উলম্ব দেৱালৰ লগত θ কোণ কৰিলে, দেখুওৱা যে, $\sin^3 \theta = h/a$.

- (c) Define simple harmonic motion (SHM). The position of a particle moving in a straight line is given by

$$x = a \cos nt + b \sin nt$$

Prove that it executes SHM and its amplitude is $\sqrt{a^2 + b^2}$.

সবল সমঞ্জস গতিৰ সংজ্ঞা দিয়া। সবলৰেখাত গতি কৰি থকা এটা বস্তুকণাৰ অৱস্থান

$$x = a \cos nt + b \sin nt$$

প্ৰমাণ কৰা যে ই সবল সমঞ্জস গতি কৰে আৰু ইয়াৰ বিস্তাৰ $\sqrt{a^2 + b^2}$.

- (d) A particle oscillating harmonically in a straight line has velocities v_1 , v_2 and accelerations f_1 , f_2 in two of its positions on the path. If d be the distance between the two positions, show that

$$d = \frac{v_1^2 - v_2^2}{f_1 + f_2}$$

(6)

এটা বস্তুকণাই সবল সমঞ্জস গতিত এডাল সবলবেখাত গতি কৰি আছে আৰু ইয়াৰ গতিপথৰ দুটা স্থানত ক'ণাটোৰ বেগ v_1 , v_2 আৰু ভ্ৰমণ f_1 , f_2 . যদি দুই স্থানৰ মাজৰ দূৰত্ব d হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$d = \frac{v_1^2 - v_2^2}{f_1 + f_2}$$

- (e) A particle is projected with initial velocity u making an angle α with the horizontal. Find the velocity and direction of motion at a given height.

আনুভূমিকৰ লগত α কোণ কৰাকৈ এটা কণিকা u আদিবেগেৰে প্ৰক্ষেপ কৰা হ'ল। এটা নিৰ্দিষ্ট উচ্চতাত ইয়াৰ বেগ আৰু গতিৰ দিশ নিৰ্ণয় কৰা।

- (f) If R is the range of a projectile on a horizontal plane and h is the maximum height for a given angle of projection, then show that the maximum range with the same velocity of projection is

$$2h + \frac{R^2}{8h}$$

এটা প্ৰক্ষেপ্যৰ আনুভূমিক পৰিসৰ R আৰু কোনো প্ৰদত্ত প্ৰক্ষেপ কোণৰ বাবে সৰ্বোচ্চ উচ্চতা h হ'লে দেখুওৱা যে সেই একে প্ৰক্ষেপ্য বেগৰ বাবে সৰ্বোচ্চ পৰিসৰ হ'ব

$$2h + \frac{R^2}{8h}$$

(Continued)

(7)

- (g) Prove that the periodic time of a simple harmonic motion is independent of the amplitude.

প্ৰমাণ কৰা যে, সবল সমঞ্জস গতিৰ পৰ্যায়কাল বিস্তাৰৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল নহয়।

- (h) A uniform ladder rests in equilibrium with one end on a rough floor, whose coefficient of friction is μ and the other end against a smooth vertical wall. Show that its inclination to the vertical is $\tan^{-1}(2\mu)$.

এটা সুষম জখলাৰ এটা মূৰ খহটা মজিয়াত যাৰ ঘৰ্ষণ গুণাংক μ , আৰু আনটো মূৰ এখন নিমজ উলম্ব বেৰত আঁউজি আছে। দেখুওৱা যে উলম্ব বেৰৰ লগত ইয়াৰ নতি $\tan^{-1}(2\mu)$.

- (i) A particle is projected from a point O so as to pass through two given points in the same vertical plane with O , at heights h_1 and h_2 above O , and at horizontal distances d_1 and d_2 from O on the same side. Show that the angle of projection is

$$\tan^{-1} \left\{ \frac{d_1^2 h_2 - d_2^2 h_1}{d_1 d_2 (d_1 - d_2)} \right\}$$

KB23/174

(Turn Over)

(8)

○ বিন্দুৰ পৰা এটা বস্তুকণা এনেদৰে প্ৰক্ষেপ কৰা হ'ল যাতে বস্তুকণাটো ○ বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা এখন সমতলৰ ○ বিন্দুৰ পৰা h_1 আৰু h_2 উচ্চতাত আৰু ○ বিন্দুৰ একেফালে d_1 আৰু d_2 আনুভূমিক দূৰত্বত থকা দুটা বিন্দুৰ মাজেৰে পাৰ হৈ যায়। দেখুওৱা যে, বস্তুকণাটোৰ প্ৰক্ষেপ কোণৰ মান

$$\tan^{-1} \left\{ \frac{d_1^2 h_2 - d_2^2 h_1}{d_1 d_2 (d_1 - d_2)} \right\}$$

4. Answer any two of the following questions :

10×2=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ কৰা :

(a) (i) Find the CG of the area of the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

lying in the first quadrant.

5

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তৰ প্ৰথম চ'কত থকা ক্ষেত্ৰৰ ভাৰকেন্দ্ৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(9)

(ii) Find the CG of a uniform lamina bounded by the parabola $y^2 = 4ax$ and a double ordinate $x = h$. 5

$y^2 = 4ax$ অধিবৃত্ত আৰু দ্বিকোটি $x = h$ -এ আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ ভাৰকেন্দ্ৰ উলিওৱা।

(b) If a particle is projected with initial velocity u making an angle α with the horizontal, then find the expression for the time of flight. Also find the velocity and direction of motion at a given height. 2+4+4=10

যদি আনুভূমিকৰ লগত α কোণ কৰাকৈ এটা কণিকা u আদিবেগেৰে প্ৰক্ষেপ কৰা হয়, তেন্তে কণিকাটোৰ উৰণকাল উলিওৱা আৰু লগতে এটা নিৰ্দিষ্ট উচ্চতাত ইয়াৰ বেগ আৰু গতিৰ দিশ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) (i) Prove that any system of coplanar forces acting on a rigid body can ultimately be reduced either to a single force or to a single couple unless the system is in equilibrium. 5

এটা দৃঢ়পিণ্ডৰ ওপৰত ক্ৰিয়াশীল সমতলীয় বল প্ৰণালী এটাক অৱশেষত এটা বল অথবা এটা বলযুগ্মত পৰিণত কৰিব পাৰি বুলি প্ৰমাণ কৰা, যদিহে বল প্ৰণালীটো সাম্যাৱস্থাত থাকে।

KB23/174

(Turn Over)

KB23/174

(Continued)

(10)

(ii) Prove that if three coplanar forces acting upon a rigid body keep in equilibrium, they must meet at a point or be parallel.

5

যদি তিনিটা সমতলিক বলে ক্ৰিয়া কৰি এটা দৃঢ়পিণ্ডক সাম্যাৱস্থাত ৰাখে, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে বল তিনিটা এটা বিন্দুত মিলিত হয় বা সিহঁত সমান্তৰাল হয়।

5. Answer any one of the following questions :

14

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ যি কোনো এটাৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Define CG of a body and find the CG of a sector of a circle of radius a subtending an angle 2α at the centre. Also find the CG of the homogeneous arc of a quadrant of the circle $x^2 + y^2 = a^2$ in the positive quadrant.

2+6+6=14

এটা পিণ্ডৰ ভাৰকেন্দ্ৰৰ সংজ্ঞা লিখা আৰু a ব্যাসাৰ্ধ্যযুক্ত বৃত্তখণ্ড এটাই কেন্দ্ৰত 2α কোণ কৰা অংশৰ ভাৰকেন্দ্ৰ নিৰ্ণয় কৰা। লগতে এটা বৃত্ত $x^2 + y^2 = a^2$ -ৰ সুমম চাপৰ ধনাত্মক চ'কত থকা চতুৰ্থাংশৰ ভাৰকেন্দ্ৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Obtain the expression for tangential and normal components of acceleration of a particle moving along a plane curve and if the velocities of particle along and perpendicular to the radius vector from a fixed origin are λr and $\mu\theta$; find the path and show that the acceleration, along and perpendicular to the radius vector are

$$\lambda^2 r - \frac{\mu^2 \theta^2}{r} \text{ and } \mu\theta \left(\lambda + \frac{\mu}{r} \right)$$

6+8=14

সমতলস্থ কোনো বক্ৰৰে গতি কৰা এটা বস্তুকণাৰ স্পৰ্শক আৰু অভিলম্বৰ দিশত ত্বৰণৰ উপাংশ উলিওৱা আৰু যদি কোনো মূলবিন্দু সাপেক্ষে এটা বস্তুকণাৰ মূলবিন্দু আৰু কণাটো সংযোগী ৰেখা আৰু ইয়াৰ লম্বদিশৰ বেগ যথাক্ৰমে λr আৰু $\mu\theta$, কণাটোৰে অতিক্ৰম কৰা পথ নিৰ্ণয় কৰা আৰু দেখুওৱা যে মূলবিন্দু আৰু কণাটো সংযোগী ৰেখা আৰু লম্বদিশত ত্বৰণৰ মান যথাক্ৰমে

$$\lambda^2 r - \frac{\mu^2 \theta^2}{r} \text{ আৰু } \mu\theta \left(\lambda + \frac{\mu}{r} \right)$$
