2022

MATHEMATICS

Paper : GE–4/DSC–1D

(Differential Equations)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. Choose the correct option from the following : 1×6=6

তলত দিয়াবোৰৰ সঠিক বিকল্পটো বাছি উলিওৱা :

(a) The integrating factor of the following linear differential equation is

তলৰ ৰৈখিক অৱকল সমীকৰণটোৰ অনুকলন উৎপাদকটো হ'ল

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q$$

(where P, Q are functions of x or constants)

(য'ত P, Q, xৰ ফলন বা ধ্ৰুৱক)

(i) $e^{\int P dx}$

(ii) $e^{\int Q dx}$

(iii) $e^{\int P dy}$

(iv) $e^{\int Q dy}$

(b) The solution of the Clairaut's equation $y = px + f(p)$ is

$y = px + f(p)$ ক্লে'ইৰট সমীকৰণটোৰ সমাধান হ'ল

(i) $y = cx$

(ii) $y = cx + f(c)$

(iii) $y = px + f(p)$

(iv) $y = cx + f(p)$

where c is an arbitrary constant.

য'ত c এটা স্বেচ্ছ ধ্ৰুৱক।

(c) The Bernoulli's linear differential equation is

বাৰ্ণলীৰ ৰৈখিক অৱকল সমীকৰণটো হ'ল

(i) $\frac{dy}{dx} + Py = Q$

(ii) $\frac{dx}{dy} + Px = Q$

(iii) $\frac{dy}{dx} + Py = Qy^n$

(iv) $\frac{dy}{dx} + Py = Qx^n$

(d) The Wronskian of x^2 and $x^2 \log x$ is

x^2 আৰু $x^2 \log x$ৰ Wronskian হ'ল

(i) x^2 (ii) x^3

(iii) x (iv) $3x$

(e) The order and degree of the following partial differential equation are

তলৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণটোৰ ক্ৰম আৰু ঘাত হ'ল

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = (x+2)\frac{\partial z}{\partial x}$$

(i) 3 and 2

3 আৰু 2

(ii) 2 and 3

2 আৰু 3

(iii) 3 and 1

3 আৰু 1

(iv) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

(f) The following partial differential equation is

তলৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণটো হ'ল

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 6\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 9\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

(i) parabolic

অধিবৃত্তীয়

(ii) hyperbolic

পৰাবৃত্তীয়

(iii) elliptic

উপবৃত্তীয়

(iv) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

2. Answer the following questions : 2×5=10

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Show that the following equation is exact :

দেখুওৱা যে তলৰ সমীকৰণটো যথাৰ্থ :

$$(1+e^{x/y})dx+e^{x/y}\left(1-\frac{x}{y}\right)dy=0$$

(b) Solve :

সমাধান কৰা :

$$(D^2+6D+25)y=0$$

(c) Reduce the following equation to the Clairaut's form :

তলৰ সমীকৰণটোক ক্লে'ইৰট আৰ্হিলৈ নিয়া :

$$p^2(x^2-a^2)-2pxy+y^2-b^2=0$$

(d) Define the complete solution and general solution of the partial differential equation $f(x,y,z,p,q)=0$.

$f(x,y,z,p,q)=0$ আংশিক অৱকল সমীকৰণটোৰ পূৰ্ণ সমাধান আৰু সাধাৰণ সমাধানৰ সংজ্ঞা লিখা।

(e) Form a partial differential equation from $z=ax+by+a^2+b^2$, where a, b are arbitrary constants.

$z=ax+by+a^2+b^2$ (য'ত a, b স্বেচ্ছ ধ্ৰুৱক)ৰ পৰা এটা আংশিক অৱকল সমীকৰণ গঠন কৰা।

3. Solve any *six* from the following : 5×6=30

তলৰ যি কোনো ছয়টাৰ সমাধান কৰা :

(a) $(x+y)^2\dfrac{dy}{dx}=a^2$

(b) $\cos^2 x\dfrac{dy}{dx}+y=\tan x$

(c) $y=px+\sqrt{1+p^2}$

(where (য'ত) $p=\dfrac{dy}{dx}$)

(d) $(D^2-4D+4)y=x^3$

(e) $(D^2-2D+4)y=e^x\cos x$

(f) $\dfrac{dy}{dx}-2y\tan x=y^2\tan^2 x$

(g) $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+y=3x^2$

(h) $yzp+zxq=xy$

(i) $(x^3+3xy^2)dx+(y^3+3x^2y)dy=0$

2\. **4.** Solve any *two* from the following : 10×2=20

তলৰ যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা :

(a) $3x^2dx+3y^2dy-(x^3+y^3+e^{2z})dz=0$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2}-x^3\frac{dy}{dx}+xy=x$

(c) $\frac{dx}{dt}-7x+y=0;\ \frac{dy}{dt}-2x-5y=0$

5. Solve *(a) or (b)* of the following : 14

তলত দিয়াবোৰৰ *(a)* বা *(b)* ৰ সমাধান কৰা :

(a) (i) Solve by the method of variation of parameters : 8

Variation of parameters পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি সমাধান কৰা :

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4y=4\tan 2x$$

(ii) Solve : 6

সমাধান কৰা :

$$\frac{dx}{y-z}=\frac{dy}{z-x}=\frac{dz}{x-y}$$

(b) (i) Solve by Charpit's method : 8

চাৰপিট (Charpit) পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা :

$$2xz-px^2-2qxy+pq=0$$

(ii) Show that the solutions e^x, e^{-x}, e^{2x} of the following differential equation are linearly independent : 6

দেখুওৱা যে তলৰ অৱকল সমীকৰণটোৰ সমাধানবোৰ e^x, e^{-x}, e^{2x} ৰৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ :

$$\frac{d^3y}{dx^3}-2\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}+2y=0$$

★★★