2014

MATHEMATICS

(General)

Paper : 5.2

(Numerical Method and Spherical Astronomy)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

Answer either *in English* or *in Assamese*

GROUP—A / বিভাগ—ক

(Numerical Method)

(*Marks* : 30)

1. Answer the following questions : 1×4=4

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) What is the $(n+1)$th order difference of the nth degree polynomial?

n তম মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশিৰ $(n+1)$ তম ক্ৰমৰ অন্তৰ কি হ'ব?

(b) What is interpolation?

ইন্টাৰপ'লেছন মানে কি?

(c) When Newton's interpolation (forward and backward) formulae are used?

নিউটনৰ ফৰৱাৰ্ড আৰু বেকৱাৰ্ড ইন্টাৰপ'লেছন সূত্ৰবোৰ কেতিয়া ব্যৱহাৰ কৰা হয়?

(d) Write the Lagrange's interpolation formula for (x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2).

(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)ত লাগ্ৰাঞ্জৰ ইন্টাৰপ'লেছন সূত্ৰটো লিখা।

2. Answer the following questions : 2×3=6

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Show that the operators Δ and E are commutative with respect to each other.

দেখুওৱা যে Δ আৰু E সংকাৰক দুটা ইটো-সিটোৰ সাপেক্ষে ক্ৰমবিনিমেয়।

(b) Evaluate (মান উলিওৱা) :

$$\Delta \tan^{-1} x$$

(c) Form the divided difference table for the following data :

তলত দিয়া তালিকাৰ পৰা বিভাজিত অন্তৰৰ (divided difference) টেবুল এখন গঠন কৰা :

x	:	5	15	22
y	:	7	36	160

3. *(a)* Evaluate (মান উলিওৱা) : 2+3=5

(i) $\Delta \cot 2^x$

(ii) $\Delta^2 (e^{ax+b})$

Or / অথবা

Find the missing values in the following table : 5

তলত দিয়া তালিকাখনত খালী ঠাই পূৰ কৰা :

x	:	45	50	55	60	65
y	:	3·0	—	2·0	—	–2·4

(b) Using Newton's formula for interpolation, find the number of workers getting daily wages between ₹ 100 and ₹ 150 from the following table : 5

নিউটনৰ ইন্টাৰপ'লেছন সূত্ৰৰ দ্বাৰা তলৰ তালিকাৰ পৰা 100 টকা আৰু 150 টকাৰ ভিতৰত দৈনিক মজুৰী পোৱা শ্ৰমিকৰ সংখ্যা উলিওৱা :

Wages (in ₹) *মজুৰী (টকাত)*	*No. of Workers* *শ্ৰমিকৰ সংখ্যা*
0—100	9
100—200	30
200—300	35
300—400	42

Or / *অথবা*

Given (দিয়া আছে) :

x	:	5	7	11	13	17
$f(x)$	:	150	392	1452	2366	5202

Evaluate $f(9)$, using Lagrange's formula.

লাগ্ৰাঞ্জৰ সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি $f(9)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

4. Answer *either* *(a)* or *(b)* of the following questions : 10

তলৰ দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ *(a)* অথবা *(b)* ৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Find the positive root of $x^4 - x = 10$ correct to three decimal places, using Newton-Raphson method.

নিউটন-ৰাফছন পদ্ধতিৰ সহায়ত তিনি দশমিক স্থানলৈ $x^4 - x = 10$ সমীকৰণৰ মূল উলিওৱা।

(b) Find a real root of the equation $x^3 - x - 4 = 0$, using the bisection method in three stages.

দ্বিখণ্ড পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি $x^3 - x - 4 = 0$, সমীকৰণটোৰ বাস্তৱ মূল তৃতীয় স্তৰলৈ শুদ্ধ কৰি নিৰ্ণয় কৰা।

GROUP—B / বিভাগ—খ

(Spherical Astronomy)

(*Marks* : 50)

5. Answer the following questions : 1×6=6

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Define spherical triangle.

গোলক ত্ৰিভুজৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(b) Write true or false :

শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখা :

Any two sides of a spherical triangle are together less than the third side.

গোলক ত্ৰিভুজৰ যি কোনো দুটা বাহুৰ সমষ্টি তৃতীয় বাহুতকৈ সৰু।

(c) Fill in the blank :

খালী ঠাই পূৰ কৰা :

The angles of a spherical triangle cannot be greater than ——.

গোলক ত্ৰিভুজৰ কোনো কোণ —— ডাঙৰ হ'ব নোৱাৰে।

(d) Define altitude of a heavenly body.

জ্যোতিষ্ক এটাৰ উন্নতাংশৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(e) What are the altitude and hour angle of the zenith?

শিৰোবিন্দুৰ (zenith) উন্নতাংশ আৰু হোৰা কোণ কিমান?

(f) Name the poles of the celestial horizon of the celestial sphere.

নভোগোলকত থকা নভোদিগন্তৰ (celestial horizon) মেৰু বিন্দু দুটাৰ নাম কি?

6. *(a)* In an equilateral triangle *ABC*, prove that 2

$$\sec A = 1 + \sec a$$

যদি *ABC* এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\sec A = 1 + \sec a$$

(b) *(i)* Where does the celestial equator cut the horizon? 1

নভোবিষুৱে কি বিন্দুত নভোদিগন্তক কাটে?

(ii) What are the times of sunrise and sunset at any place at the equinox? 1

কোনো এখন ঠাইৰ বিষুৱত (at equinoxes) সূৰ্যোদয় আৰু সূৰ্যাস্তৰ সময় কি?

7. *(a)* In a spherical triangle *ABC*, prove that 5

গোলক ত্ৰিভুজ *ABC*ৰ ক্ষেত্ৰত, প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Or / অথবা

In the spherical triangle *ABC*, show that

ABC গোলক ত্ৰিভুজত, দেখুওৱা যে

$$\sin 2B + \sin 2C = 0$$

where (য'ত) $b + c = \pi$.

(b) Draw a neat diagram of the celestial sphere showing the horizontal and equatorial systems of coordinates of a heavenly body. 5

জ্যোতিষ্ক এটাৰ অনুভূমিক আৰু বিষুৱীয় প্ৰণালীৰ স্থানাংক দেখুৱাই নভোগোলকৰ এটা পৰিষ্কাৰ চিত্ৰ আঁকা।

Or / অথবা

What is sidereal day and sidereal time? The right ascension of a heavenly body is 115° and the hour angle is 5 hours. Find the sidereal time. 2+3=5

নাক্ষত্ৰ দিন আৰু নাক্ষত্ৰ কাল বুলিলে কি বুজা? কোনো জ্যোতিষ্কৰ বিষুৱাংশ 115° আৰু হোৰা কোণ 5 ঘণ্টা। নাক্ষত্ৰ কাল উলিওৱা।

8. *(a)* *(i)* Prove that the altitude of the celestial pole at any place is equal to the latitude of the place of the observer. 5

প্ৰমাণ কৰা যে কোনো ঠাইৰ ধ্ৰুৱবিন্দুৰ উন্নতাংশ সেই ঠাইৰ পৰ্যবেক্ষকৰ অক্ষাংশৰ সমান।

(ii) Prove that $\delta = \phi + z$, where ϕ, latitude of a place; δ, the declination and z, the meridian zenith distance of a heavenly body. 5

কোনো জ্যোতিষ্কৰ বিষুব লম্ব (δ), ঠাইৰ অক্ষাংশ (ϕ) আৰু মধ্য নভাংশ (z) হ'লে, প্ৰমাণ কৰা যে, $\delta = \phi + z$.

Or / অথবা

(b) *(i)* If H is the hour angle of a star at rising, show that

$$\tan^2 \frac{H}{2} = \frac{\cos(\phi - \delta)}{\cos(\phi + \delta)}$$

where ϕ be the latitude of the place and δ the declination of a star. 4

কোনো এটা জ্যোতিষ্কৰ উদয়াস্তত (at rising) হোৰা কোণ (hour angle) H, ঠাইৰ পৰ্যবেক্ষকৰ অক্ষাংশ (latitude of a place) ϕ আৰু বিষুব লম্ব (declination) δ হ'লে, দেখুওৱা যে

$$\tan^2 \frac{H}{2} = \frac{\cos(\phi - \delta)}{\cos(\phi + \delta)}$$

(ii) Write short notes on any *two* : 3×2=6

চমু টোকা লিখা যি কোনো দুটাৰ :

(1) Circumpolar star / পৰিধ্ৰুৱতৰা

(2) Signs of the zodiac / ৰাশিচক্ৰৰ চিহ্ন

(3) Morning star and Evening star

শুকতৰা আৰু সন্ধ্যাতৰা

9. *(a)* State Kepler's laws of planetary motion. Assuming that the orbits of planets are circular, deduce from Kepler's third law that velocities of two planets are inverse to the square roots of their distances from the sun. 3+7=10

গ্ৰহৰ গতিসম্বন্ধীয় কেপ্লাৰৰ সূত্ৰ লিখা। গ্ৰহৰ কক্ষপথ বৃত্তাকাৰ বুলি ধৰি, কেপ্লাৰৰ তৃতীয় বিধিৰ পৰা নিগমন কৰা যে দুটা গ্ৰহৰ বেগ সূৰ্যৰ পৰা সিহঁতৰ দূৰত্বৰ বৰ্গমূলৰ বিপৰীত।

Or / অথবা

(b) *(i)* Define sidereal period and synodic period of a planet. Establish the relation between the synodic period and sidereal period of an interior planet and the periodic time of the earth. 6

গ্ৰহৰ নাক্ষত্ৰ কাল আৰু সংযুতি কালৰ সংজ্ঞা লিখা। অন্তঃগ্ৰহৰ সংযুতি কাল, নাক্ষত্ৰ কাল আৰু পৃথিৱীৰ পৰ্যায়কালৰ মাজৰ সম্বন্ধটো নিগমন কৰা।

(ii) The sidereal period of Uranus is 84 years. Find the synodic period. 4

ইউৰেনাছৰ পৰ্যায় কাল 84 বছৰ। সংযুতি কাল উলিওৱা।

10. (a) (i) Prove that the effect of the geocentric parallax is to depress a celestial body in the heaven. 5

প্ৰমাণ কৰা যে, ভূ-কেন্দ্ৰিক লম্বনৰ ফলত আকাশত জ্যোতিষ্ক অৱনমিত হয়।

(ii) The annual parallax of α-Centauri is $0''\cdot 75$, where as the parallax of 61 Cygni is $0''\cdot 5$. Find the ratio of their distances. 5

প্ৰথম কিন্নৰৰ (α-Centauri) বাৰ্ষিক লম্বন $0''\cdot 75$. প্ৰথম হংসৰ (61 Cygni) লম্বন $0''\cdot 5$. উভয়ৰে দূৰত্বৰ অনুপাত উলিওৱা।

Or / অথবা

(b) (i) Define geocentric parallax and annual parallax of a heavenly body. 1+1=2

ভূ-কেন্দ্ৰিক লম্বন আৰু বাৰ্ষিক লম্বনৰ সংজ্ঞা লিখা।

(ii) What is the effect of geocentric parallax on zenith distance? 1

নভাংশৰ (zenith distance) ওপৰত ভূ-কেন্দ্ৰিক লম্বনৰ (geocentric parallax) প্ৰভাৱ কি?

(iii) The sun's horizontal parallax is 8″·8. Find the parallax when the sun's altitude is 30°. 2

সূৰ্যৰ অনুভূমিক লম্বন 8″·8 আৰু উন্নতাংশ 30° হ'লে, লম্বন উলিওৱা।

(iv) The horizontal parallax of the moon is 57′ and its angular distance is 31′5″. Find the diameter of the moon in kilometres assuming the radius of the earth to be 6400 km. 5

চন্দ্ৰৰ অনুভূমিক লম্বন 57′ আৰু কৌণিক দূৰত্ব 31′5″. পৃথিৱীৰ ব্যাসাৰ্ধ 6400 কি. মি. বুলি ধৰিলৈ চন্দ্ৰৰ ব্যাস কিল'মিটাৰত উলিওৱা।

★★★